



RAN - 2003000205020111

RAN-2003000205020111**T.Y.B.Sc. (Sem. - V) Examination March - 2023****Paper : 501, Mathematical Statistics - I****સૂચના : / Instructions**

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the details of signs on your answer book

Name of the Examination:

T.Y.B.Sc. (Sem. - V)

Name of the Subject :

Paper : 501, Mathematical Statistics - I

Subject Code No.: 2003000205020111

Seat No.:

Student's Signature

- (2) બધા જ પ્રશ્નો ફરિજયાત છે.
- (2) All questions are compulsory.
- (3) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.
- (3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.
- (4) જમણીબાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
- (4) Figures given to the right indicate the marks of the question.
- (5) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.
- (5) Non programmable scientific calculator is allowed.

Q-1 Answer The following questions**8****નીચેના પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.**

- (1) Obtain characteristic function for Binomial distribution.
દ્વિપદી વિતરણ માટે લાક્ષણિક વિધેય મેળવો.
- (2) If $E(X) = 3$, $E(X^2) = 13$ $P[-2 < x < 8]$ then find upper limit of by using chebyshev's inequality.
જો $E(X) = 3$, $E(X^2) = 13$ તો $P[-2 < x < 8]$ માટે ઉપલી સીમા ચેબી શેવ્ઝ અસમાનતાનો ઉપયોગ કરી શોધો.
- (3) For the distribution with usual notation the r^{th} raw moment is $\mu'_r = r!\sigma^r$ then find characteristic function of this distribution.
પ્રચલિત સંકેતમાં કોઈ વિતરણ માટે r^{th} મો અકેન્ડ્રિય પ્રધાત $\mu'_r = r!\sigma^r$ હોય તો આ વિતરણ માટે લાક્ષણિક વિધેય મેળવો.

- (4) In usual notation prove that $\phi_{\frac{x-a}{h}}(t) = e^{-i\frac{at}{h}}\phi\left(\frac{t}{h}\right)$
 પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે $\phi_{\frac{x-a}{h}}(t) = e^{-i\frac{at}{h}}\phi\left(\frac{t}{h}\right)$

Q-2 (a) Attempt any one.

5

કોઈપણ એક નો ઉત્તર આપો.

- (1) Define Characteristic function. Write all properties of its.
 Give proof of any four of them.

લાક્ષણિક વિધેયની વ્યાખ્યા આપી તેના તમામ ગુણધર્મો જણાવી કોઈ પણ ચારની સાબિતી આપો.

- (2) State and prove Inversion theorem.

પ્રચલિત સંકેતમાં ઈન્વરઝન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(b) Attempt any two.

10

કોઈપણ બેના ઉત્તર આપો.

- (1) Decide whether the Weak law of large number holds good or not for the sequence of following mutually independent random variables $\{x_k\}$ with the distribution defined as for $K = 1, 2, \dots, n$

$K = 1, 2, \dots, n$ માટે પરસ્પર નિરપેક્ષ ચલોની શ્રેણી $\{x_k\}$ માટે નીચે દર્શાવેલ સંભાવના વિતરણો હોય તો વીક લો ઓફ લાર્જ નંબર ચકાસો.

x_k	$P(x_k)$
$+2^k$	$\frac{1}{2}$
-2^k	$\frac{1}{2}$

- (2) If $X \sim G(\alpha, P)$ then find characteristic function of it. And also find β_1 of it.

જો $X \sim G(\alpha, P)$ હોય તો તે માટે લાક્ષણિક વિધેય મેળવી તે પરથી β_1 મેળવો.

- (3) If characteristic function of random variable x is

$\Phi_x(t) = e^{i\mu t - \frac{1}{2}t^2\sigma^2}$ then find probability density function of it.
 then find probability density function of it.

જો યદ્યથ ચલ X નું લાક્ષણિક વિધેય $\Phi_x(t) = e^{i\mu t - \frac{1}{2}t^2\sigma^2}$ હોય તો તેનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય શોધો.

Q-3 (a) Attempt any one.

5

કોઈપણ એકનો ઉત્તર આપો.

- (1) Write the statement of Lingberg's Levy's form of central limit theorem then prove it.

લિન્ડ્બર્ગ લેવીના કેન્દ્રિય લક્ષણ પ્રમેયનું કથન કરી તેને સાબિત કરો.

- (2) State and prove Chebyshev's inequality

ચેબીસેવ્ઝ અસમતા લખો અને સાબિત કરો.

(B) Attempt any two.

10

કોઈપણ બેના ઉત્તર આપો.

- (1) For the discrete random variable with p.m.f.

X	-1	0	1
f(x)	1/8	6/8	1/8

Evaluate $p\{|x-\mu_x|\geq 2\sigma_x\}$ using chebyshev's inequality and also find actual probability.

અસતત ચલના નીચે આપેલ સંભાવના વિતરણ પરથી ચેબીસેવ્ઝ અસમતાનો ઉપયોગ કરી $p\{|x-\mu_x|\geq 2\sigma_x\}$ મેળવો તેમજ મૂળ સંભાવના પણ મેળવો.

X	-1	0	1
f(x)	1/8	6/8	1/8

- (2) In usual notation prove that

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} \phi_x(t) dt$$

પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} \phi_x(t) dt$$

- (3) $X \sim N(0,1)$ then find characteristic function of it and from it show that normal curve is symmetric and mesokurtic

જો $X \sim N(0,1)$ હોય તો તે માટે લાક્ષણિક વિધેય મેળવો અને તે પરથી બતાવો કે પ્રમાણ્ય વક્ર સંમિત અને મેસોકુરટિક છે.

નીચેના પ્રશ્નો માંથી કોઈપણ ત્રણ ના ઉત્તર આપો.

- (1) State and prove generalized chebyshev's inequality.
વ્યાપક ચેબી શેવ્ઝ અસમતાનું કથન લખો અને સાબિત કરો.
- (2) In a distribution sample size is 15 and sample mean is \bar{X} , the p.d.f. of $f(X) = 3x^2$, $0 < X < 1$ then calculate $P[3/5 < \bar{X} < 4/5]$
નીચેના સંભાવના વિતરણમાં નિદર્શ કદ 15 હોય અને તે નિદર્શ મધ્યક \bar{X} છે જેનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $f(X) = 3x^2$, $0 < X < 1$ હોય તો $P[3/5 < \bar{X} < 4/5]$ ગણો.
- (3) Decide whether the central limit theorem holds good or not for the sequence of independent random variables $\{x_i\}$ with the following probability distribution as follows

$$p(x_i = 1) = p_i$$

$$p(x_i = 0) = 1 - p_i$$

for $i = 1, 2, \dots, n$

$i = 1, 2, \dots, n$ માટે પરસ્પર નિરપેક્ષ ચલોની શ્રેણી $\{X_i\}$ માટે નીચે દર્શાવેલ સંભાવના વિતરણ હોય તો કેન્દ્રિય લક્ષ પ્રમેયનું સમાધાન કરે છે કે કેમ તે ચકાસો.

$$p(x_i = 1) = p_i$$

$$p(x_i = 0) = 1 - p_i$$

- (4) If the p.d.f. of random variable X is

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right) \quad -1 < x < 1$$

then find characteristic function of it. Also find mean and variance from it.

જો યદ્યદ્ય ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right) \quad -1 < x < 1$$

હોય તો તેનું લાક્ષણિક વિધેય શોધો. તે પરથી મધ્યક અને વિચરણ શોધો.